

Musterlösungen zur Klausur

Robotik I: Einführung in die Robotik

am 03. März 2020, 17:00 – 18:00 Uhr

Name: Denavit	Vorname: Hartenberg	Matrikelnummer: $\frac{\pi}{2}$
-------------------------	-------------------------------	------------------------------------

Aufgabe 1	von 5 Punkten
Aufgabe 2	von 7 Punkten
Aufgabe 3	von 7 Punkten
Aufgabe 4	von 7 Punkten
Aufgabe 5	von 6 Punkten
Aufgabe 6	von 6 Punkten
Aufgabe 7	von 7 Punkten

Gesamtpunktzahl:	45 von 45 Punkten
-------------------------	-------------------

	Note: 1,0
--	------------------

Aufgabe 1 *Rotationen*

1.

2 P.

$$\mathbf{q} = (\cos(\frac{\Phi}{2}), \mathbf{a} \cdot \sin(\frac{\Phi}{2}))$$

$$\mathbf{q} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (1, 1, -1)^T \cdot \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$\mathbf{q} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}})$$

Alternative Schreibweisen für endgültige Lösung:

$$\mathbf{q} = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{6}, \frac{\sqrt{6}}{6}, -\frac{\sqrt{6}}{6})$$

$$\mathbf{q} \approx (0.71, \frac{0.71}{\sqrt{3}}, \frac{0.71}{\sqrt{3}}, -\frac{0.71}{\sqrt{3}}) \approx (0.71, 0.41, 0.41, -0.41)$$

2.

3 P.

Ansatz:

$$\mathbf{v} = (0, \mathbf{p}) = (0, -1, 0, 0)$$

$$\mathbf{v}' = \mathbf{q} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{q}^*$$

Teilrechnung ($\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}$):

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) = (\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot j) \cdot (-i)$$

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot i - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot ji \quad ji = -k$$

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot i + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot k$$

Konjugiertes Quaternion:

$$\mathbf{q}^* = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$$

Teilrechnung ($\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{q}^*$:

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{q}^* = (-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot i + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot k) \cdot (\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot j)$$

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{q}^* = -\frac{1}{2} \cdot i + \frac{1}{2} \cdot ij + \frac{1}{2} \cdot k - \frac{1}{2} \cdot kj \quad ij = k, kj = -i$$

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{q}^* = -\frac{1}{2} \cdot i + \frac{1}{2} \cdot k + \frac{1}{2} \cdot k + \frac{1}{2} \cdot i$$

$$(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{q}^* = 1 \cdot k \equiv (0, 0, 0, 1)$$

Punkt nach Transformation:

$$\mathbf{v}' = (0, \mathbf{p}') = (0, 0, 0, 1)$$

$$\mathbf{p}' = (0, 0, 1)$$

Aufgabe 2 *Kinematik*

1. Dimension: 6×3

1 P.

2. Jacobi-Matrix:

3 P.

$$J = \left(\frac{\partial f}{\partial d_1}, \frac{\partial f}{\partial \theta_2}, \frac{\partial f}{\partial d_3} \right) = \begin{pmatrix} 0 & -d_3 \cdot \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & d_3 \cdot \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Endeffektor-Geschwindigkeit:

3 P.

$$\begin{aligned} v &= J \begin{pmatrix} 100 \\ 180^\circ \\ 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 200 \\ 1 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -20 \cdot \sin(180^\circ) & \cos(180^\circ) \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 20 \cdot \cos(180^\circ) & \sin(180^\circ) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 200 \\ 1 \\ 100 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 200 \\ 1 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -100 \\ 0 \\ 180 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Aufgabe 3 *Dynamik*

1. Allgemeine Gleichung

(a) Beschreibung:

1 P.

Die allgemeine Bewegungsgleichung der Dynamik beschreibt die Beziehungen zwischen Kräften und Momenten, welche in den Gelenken auftreten (oder ausgeübt werden müssen) sowie deren auftretenden (oder resultierenden) Positionen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen.

(b) Erklärung und Benennung:

1.5 P.

- Generalisierte Koordinaten sind ein minimaler Satz an voneinander unabhängigen Koordinaten, welche den aktuellen Systemzustand vollständig beschreiben. (Optional: Um generalisierte Koordinaten zu identifizieren können sogenannte Zwangsbedingungen, engl. constraints, verwendet werden.)
- In der Bewegungsgleichung sind das die Gelenkwinkelpositionen q , die Gelenkwinkelgeschwindigkeiten \dot{q} und die Gelenkwinkelbeschleunigungen \ddot{q} .

(c) Ausdrücke und Dimensionen:

2 P.

Ausdruck	Dimension	Beschreibung
τ	n (alt. $n \times 1$)	Vektor der generalisierten Kräfte
$M(q)$	$n \times n$	Massenträgheitsmatrix
$C(\dot{q}, q)$	$n \times n$	Vektor der Zentripetal- und Corioliskomponenten
$g(q)$	n (alt. $n \times 1$)	Vektor der Gravitationskomponenten

2. Probleme:

• Direktes Problem:

1 P.

Geg.: τ , Ges.: q, \dot{q}, \ddot{q}

Ausgehend von den äußeren/wirkenden Kräften und Momenten werden die sich ergebenden Bewegungsänderungen berechnet.

• Inverses Problem:

Geg.: q, \dot{q}, \ddot{q} , Ges.: τ

Aus den gewünschten Bewegungsparametern sollen die dazu erforderlichen Kräfte und Momente ermittelt werden.

3. Drei Schritte:

1.5 P.

- Rekursive Berechnung der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Armelemente von der Basis bis zum Endeffektor (Vorwärtspfad)
- Berechnung der benötigten Kräfte/Momente, welche auf jedes einzelne Armelement wirken (bzw. welche für eine gewünschte Beschleunigung benötigt werden)
- Rekursive Aufsummierung der Kräfte über alle Armelemente (Rückwärtspfad)

Aufgabe 4 Bewegungsplanung

1. Beispiele:

1 P.

- (a) Gleichbleibende Orientierung des Endeffektors / eines Körperteils / eines Objektes
- (b) Stabilität eines zweibeinigen Roboters

2. Problem:

1 P.

Nebenbedingungen können niederdimensionale Gebilde im Konfigurationsraum darstellen (e.g. Fläche in 3D). Sampling-basierte Ansätze können diese Nebenbedingungen prinzipiell nicht erfüllen.

Lösungsansatz:

Projiziere eine Stichprobe q_s auf eine Konfiguration q'_s , welche die Nebenbedingung erfüllt.

3. Verfahren:

1 P.

- *single-query*: RRT
- *multi-query*: PRM oder DRM

4. Unterschiede:

2 P.

	<i>multi-query</i>	<i>single-query</i>
Anfragen	Nach Vorverarbeitung können viele Anfragen effizient beantwortet werden.	Jede Anfrage wird unabhängig beantwortet (weniger effizient).
Vorverarbeitung	notwendig	nicht notwendig
Veränderungen in der Umgebung	muss explizit berücksichtigt werden (vorverarbeitetes Modell muss angepasst werden)	wird automatisch berücksichtigt (kein vorverarbeitetes Modell)

5. Schritte:

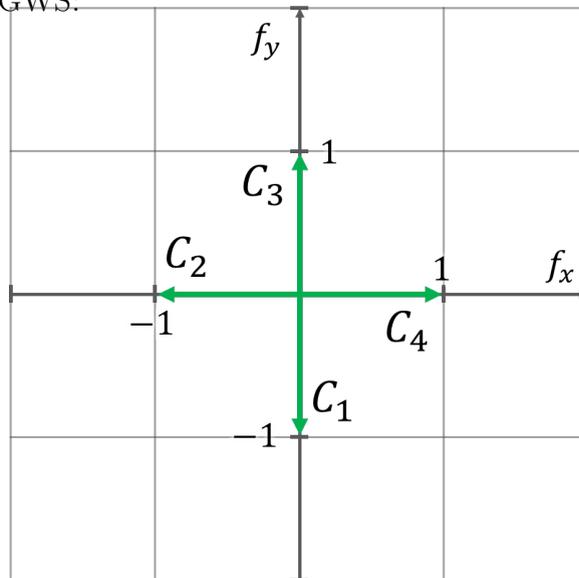
2 P.

- Schritt 1: Vorverarbeitung
Erzeugung eines kollisionsfreien Graphen durch Wählen von zufälligen Punkten (Sampling).
- Schritt 2: Anfrage
Verbinde Start- und Zielkonfiguration mit dem Graphen. Suche einen Weg von der Start- zur Zielkonfiguration durch den Graphen.

Aufgabe 5 Greifen

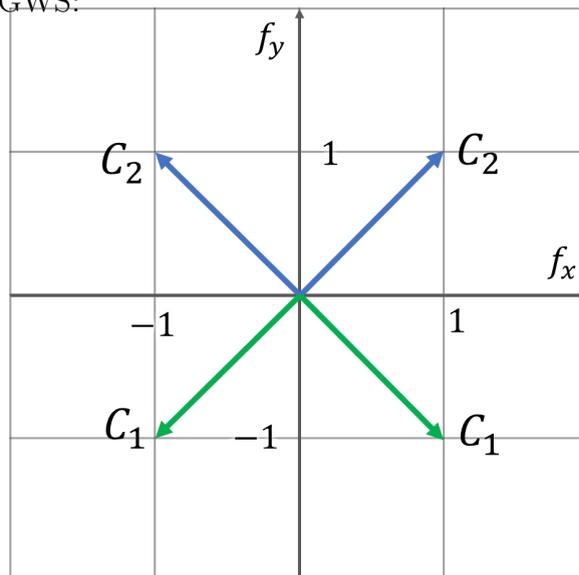
1. Kraftunterraum des GWS:

2 P.



2. Kraftunterraum des GWS:

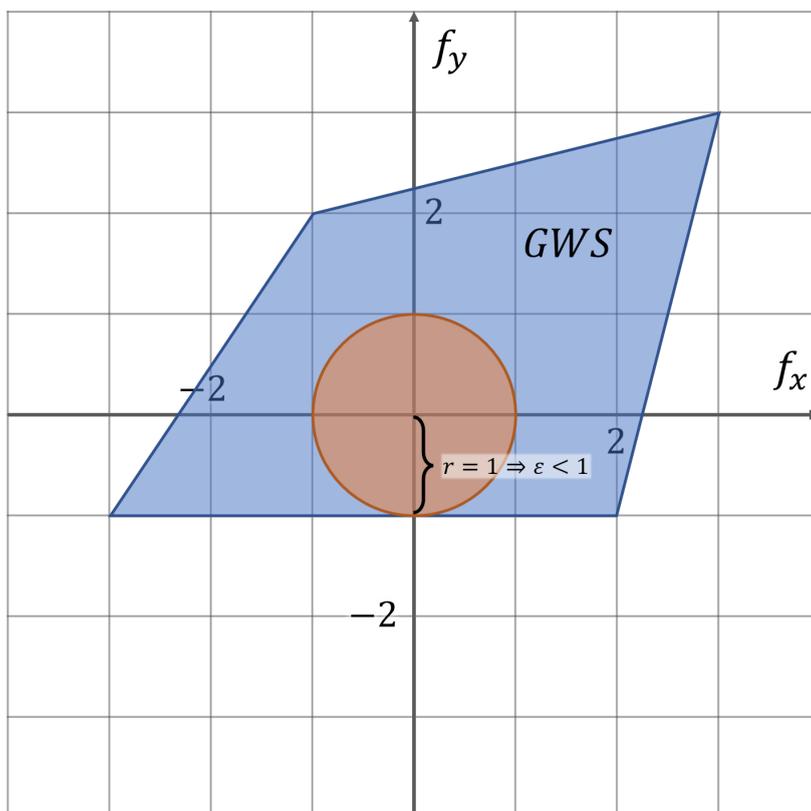
2 P.



3. Kraftunterraum des GWS:

2 P.

Obere Schranke: $\varepsilon \leq 1$



Aufgabe 6 *Bildverarbeitung*

1. Szenenkoordinaten :

1 P.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{z}{f} \begin{pmatrix} u \\ v \\ f \end{pmatrix} = \frac{3.0}{500} \begin{pmatrix} 750 \\ -100 \\ 500 \end{pmatrix} = 3.0 \text{ m} \begin{pmatrix} \frac{750}{500} \\ \frac{-100}{500} \\ \frac{500}{500} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.5 \\ -0.6 \\ 3.0 \end{pmatrix}$$

Alternative Schreibweisen für die Lösung:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ -\frac{5}{3} \\ 3 \end{pmatrix}$$

2. Korrelation und Faltung:

2 P.

$$B_{Korrelation} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & -8 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{Faltung} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -8 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 8 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Algorithmus:

3 P.

- Wähle zufällig die minimale Anzahl an Punkten aus, die nötig ist um die Modellparameter zu berechnen
- Schätze ein Modell aus dem ausgewählten Datensatz
- Bewertung der Modellschätzung:
Berechne die Teilmenge der Datenpunkte (Inliers), deren Abstand zum Modell kleiner ist als ein vordefinierter Schwellwert.
- Wiederhole 1-3 bis das Modell mit den meisten Inliers gefunden wird

Minimale Anzahl an Punkten: 2

Aufgabe 7 Programmieren durch Vormachen

1. Hauptherausforderungen des PdV:

4 P.

- **Wer soll imitiert werden?:**

Der Roboter muss den Lehrer wählen, von dem er am meisten profitiert.

- **Wann soll imitiert werden?:**

Der Roboter muss entscheiden, wann die Demonstration startet und gegebenenfalls segmentieren. Zusätzlich muss entschieden werden, wann das beobachtete angewendet werden kann.

- **Was soll imitiert werden?:**

Welche Aspekte der Demonstration sind relevant für die Aufgabe/Aktion (Trajektorien, Constraints etc).

- **Wie soll imitiert werden?:**

Übertragung der Demonstration auf den Roboter (Korrespondenzproblem).

2. Unterschied zwischen Batch Lernen und inkrementellem Lernen:

1 P.

- Beim *Batch* Lernen ist es notwendig, dass alle Demonstrationen als ein zusammenhängender Datensatz vom Lernalgorithmus verarbeitet werden.
- Beim *inkrementellen* Lernen wird nach jeder Demonstration die Repräsentation aktualisiert und erweitert.

3. Hierarchische Segmentierung

2 P.

(a) Prinzip und Kriterien zur Segmentierung auf der ersten Ebene (Level 1):

- Extraktion der *Kontaktrelationsänderungen* zwischen Hand-Objekt und Objekt-Objekt
- Kriterium: Objektabstand zur Bestimmung von Relationen zwischen den Objekten.

(b) Prinzip und Kriterien zur Segmentierung auf zweiten Ebene (Level 2):

- Untersegmentierung der semantischen Segmente basierend auf der *Bewegungscharakteristik*
- Kriterium: Heuristik basierend auf dem Beschleunigungsprofil